

6 класс в Математической вертикали

Задача 1. Белая, серая, чёрная, рыжая и жёлтая мышки едят сыр только своего цвета. $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ Федя знает, что мышки живут в пяти норках вдоль стены, при этом белая мышка живёт рядом с серой и рядом с чёрной, а рыжая и серая не живут рядом. Федя положил перед норками сыр: перед первой (самой левой) норкой — серый, перед второй — рыжий, перед третьей — белый, перед четвертой — жёлтый, перед пятой — чёрный. В результате ни один кусок не оказался съеден. Для каждой норки запишите, какая мышка в ней живёт. [4 балла] (Т. Казуцына)

Ответ. В первой норке живёт рыжая мышка, во второй — жёлтая, в третьей — чёрная, в четвертой — белая, в пятой — серая.

Решение. Белая мышка живёт между двумя другими, но не в третьей норке (иначе белый сыр перед ней был бы съеден). Значит, белая мышка живёт либо во второй норке, либо в четвертой. Если во второй, то её соседка серая мышка живёт не в первой, а в третьей норке, чёрная — в первой, а рыжая живёт не рядом с серой — то есть не в четвертой, а в оставшейся пятой норке. Но тогда в четвертой должна жить жёлтая, а жёлтый сыр перед ней оказался не съеден — противоречие. Значит, белая мышка живёт не во второй, а в четвертой норке. Тогда её соседка чёрная живёт в третьей норке, серая — в пятой; рыжая из оставшихся двух может жить только в первой, и тогда жёлтая — во второй.

Задача 2. См. задачу 1 для 6 класса (с. 3). [5 баллов]

Задача 3. См. задачу 2 для 6 класса (с. 3). [5 баллов]

Задача 4. В сумме

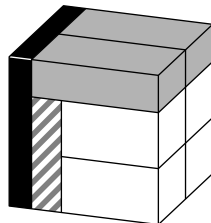
$$П, Я + Т, Ь + Д, Р + О, Б + Е, Й$$

все цифры зашифрованы буквами (разными буквами — разные цифры). Оказалось, что все пять слагаемых не целые, но сама сумма является целым числом.

- а) Приведите пример, как такое может быть. [4 балла]
 б) Найдите все целые числа, которым может равняться такая сумма. [3 балла] (А. Шаповалов)

Решение. См. задачу 3 для 6 класса (с. 4).

Задача 5. Миша сложил из восьми брусков куб (см. рис.). Все бруски имеют один и тот же объём, серые бруски одинаковые и белые бруски тоже одинаковые.



- а) Во сколько раз короткое ребро чёрного бруска меньше ребра куба? [3 балла]
 б) Какую часть ребра куба составляют длина, ширина и высота белого бруска?

[5 баллов]
 (М. Евдокимов)

Ответ. а) В 8 раз. б) $\frac{7}{10}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{5}{14}$.

Решение. См. задачу 4 для 6 класса (с. 5).

Задача 6. Решил шах проверить придворного мудреца. «Вот тебе шесть шкатулок, — сказал шах, — с надписями 1, 2, 3, 4, 5, 6 на крышках. В каждой шкатулке золотая монета, которая весит ровно столько граммов, сколько написано. Ты расставляешь шкатулки как угодно в клетках прямоугольника, который я тебе укажу. Потом я втайне от тебя меняю местами монеты в каких-то двух шкатулках, стоящих в соседних по стороне клетках (или ничего не меняю). Затем ты укажешь на несколько шкатулок, а я назову тебе общий вес монет в них. Если после этого правильно определишь, какие монеты я переложил, останешься при дворе. А не сможешь — прогоню вон!»

Как может действовать мудрец, чтобы выдержать испытание, если прямоугольник, в клетках которого нужно расставить шкатулки, имеет размер

а) 1×6 ? [4 балла]

б) 2×3 ? [5 баллов]

(А. Шаповалов)

Решение. а) Мудрец может расположить шкатулки, например, так:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 2 | 5 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|

, а шаху указать те шкатулки, где на крышках массы 1, 2 и 3.

Если шах ничего не поменяет, то сумма будет равна $1 + 2 + 3 = 6$. Если он поменяет 6 с 1, то сумма увеличится на 5 и будет равна 11. Если поменяет 6 с 2, то сумма увеличится на 4 и будет равна 10. Если поменяет 5 с 2, то сумма увеличится на 3 и будет равна 9. Если поменяет 5 с 3, то сумма увеличится на 2 и будет равна 8. Если поменяет 4 с 3, то сумма увеличится на 1 и будет равна 7.

Комментарий. Шкатулки можно распределить по клеткам и по-другому, а вот спрашивать нужно либо про сумму монет в клетках, стоящих на чётных местах, либо про сумму монет в клетках, стоящих на нечётных местах.

б) См. задачу 5 для 6 класса (с. 6).